

Spis treści

Wstęp	XI
1. Konstrukcja modelu matematycznego	1
2. Relacje. Teoria preferencji konsumenta	4
2.1. Zbiory. Relacje	4
2.2. Relacja preferencji	7
2.3. Zbiór budżetowy	13
2.4. Przykłady dwuargumentowych preferencji	16
2.5. Zadania	19
3. Liczby zespolone	25
3.1. Definicje i podstawowe własności	25
3.2. Postać algebraiczna (kartezjańska) liczby zespolonej	26
3.3. Postać trygonometryczna liczby zespolonej	28
3.4. Postać wykładnicza liczby zespolonej	32
3.5. Pierwiastkowanie liczb zespolonych	33
3.6. Wielomiany zespolone	36
3.7. Zadania	38
4. Macierze. Wyznaczniki macierzy	42
4.1. Macierze, działania na macierzach	42
4.2. Wyznacznik macierzy kwadratowej	46
4.3. Macierz odwrotna	50
4.3.1. Liniowa niezależność wektorów	51
4.4. Rząd macierzy	52
4.5. Potęga i eksponens macierzy. Metoda Jordana	54
4.5.1. Wartości i wektory własne macierzy	55
4.5.2. Diagonalizacja macierzy	56
4.5.3. Potęgowanie, eksponens macierzy	57
4.6. Zadania	61
5. Układy równań liniowych	67
5.1. Pojęcia podstawowe	67
5.2. Układ Cramera	68

5.3.	Rozwiązanie dowolnego układu liniowego	70
5.4.	Metoda badania rzędów macierzy	74
5.5.	Układy jednorodne	76
5.6.	Zadania	77
6.	Modele równowagi rynkowej	83
6.1.	Częściowa równowaga rynkowa	84
6.1.1.	Liniowy model rynku, przypadek jednego towaru	84
6.1.2.	Model nieliniowy, przypadek jednego towaru	86
6.2.	Ogólna równowaga rynkowa	86
6.2.1.	Model rynku dwóch towarów	87
6.2.2.	Model rynku n towarów	87
6.3.	Model input-output (nakładów i wyników). Model Leontiefa	88
6.3.1.	Równania bilansowe międzygałęziowej produkcji globalnej	89
6.3.2.	Równania bilansowe kosztów	91
6.3.3.	Współczynniki efektywności procesu gospodarczego	94
6.3.4.	Macierz struktury kosztów	95
6.3.5.	Model zamknięty	98
6.4.	Zastosowania	100
6.4.1.	Wyznaczenie poziomu produkcji. Opłacalność produkcji. Nakład pierwotny	100
6.4.2.	Wyznaczenie produktu końcowego	100
6.4.3.	Wzrost produktu końcowego	101
6.4.4.	Wzrost poziomu produkcji	101
6.4.5.	Określenie wielkości nakładów pracy	102
6.4.6.	Analiza nakładów i wyników w przedsiębiorstwie	103
6.4.7.	Określenie poziomu produkcji firmy	104
6.4.8.	Zapotrzebowanie produkcyjne na materiały i energię	105
6.4.9.	Plan wykorzystania maszyn i urządzeń	106
6.4.10.	Określenie zatrudnienia	106
6.5.	Zadania	107
7.	Funkcje jednej zmiennej	113
7.1.	Granica funkcji jednej zmiennej	113
7.1.1.	Asymptoty funkcji	117
7.1.2.	Ciągłość funkcji	119
7.1.3.	Pochodna funkcji	122
7.2.	Zastosowania pochodnych. Reguła de l'Hôspitala	126
7.3.	Monotoniczność, ekstrema lokalne i globalne funkcji	127
7.4.	Wypukłość i wklęsłość funkcji. Punkty przegięcia. Badanie przebiegu funkcji	131
7.5.	Ekonomiczne charakterystyki funkcji jednej zmiennej	134
7.5.1.	Wielkości przeciętne, krańcowe funkcji	134
7.5.2.	Wartość jednostkowa funkcji	136
7.5.3.	Elastyczność funkcji	138
7.5.4.	Tempo wzrostu funkcji	141
7.6.	Zadania	142
8.	Rachunek całkowy	148
8.1.	Całka nieoznaczona	148
8.1.1.	Całki nieoznaczone podstawowych funkcji elementarnych	149
8.1.2.	Metoda całkowania przez części i przez podstawienie	150

8.1.3. Całki funkcji wymiernych	151
8.1.4. Całki funkcji trygonometrycznych	155
8.1.5. Całki wybranych funkcji niewymiernych	157
8.2. Całka oznaczona	158
8.3. Całka niewłaściwa	161
8.4. Zastosowania w ekonomii	163
8.5. Zadania	169
9. Funkcje wielu zmiennych	174
9.1. Pojęcia wstępne	174
9.2. Granica funkcji w punkcie	176
9.2.1. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych	177
9.2.2. Gradient. Pochodna kierunkowa	179
9.2.3. Różniczka funkcji	181
9.2.4. Ekstrema lokalne funkcji	182
9.2.5. Ekstremum warunkowe funkcji	185
9.2.6. Ekstremum globalne funkcji wielu zmiennych	186
9.3. Funkcje uwikłane	187
9.4. Ekonomiczne charakterystyki funkcji wielu zmiennych	189
9.4.1. Prosty model wymiany. Prostokąt Edgewortha	194
9.5. Zadania	197
10. Funkcje wypukłe, wklęsłe, quasi-wypukłe i quasi-wklęsłe	202
10.1. Funkcje wypukłe i funkcje wklęsłe	202
10.2. Funkcje quasi-wypukłe oraz quasi-wklęsłe	209
10.3. Zadania	216
11. Funkcje dyskretne	219
11.1. Pojęcia podstawowe	219
11.2. Rachunek różnicowy	219
11.3. Operator antyróżnicowy	223
11.4. Ekonomiczne charakterystyki funkcji dyskretnych	228
11.5. Zadania	230
12. Zagadnienia optymalizacji wypukłej	232
12.1. Wiadomości wstępne	232
12.1.1. Sformułowanie zagadnienia	233
12.1.2. Optymalizacja funkcji jednej zmiennej	235
12.1.3. Optymalizacja funkcji wielu zmiennych	236
12.2. Metoda nieokreślonych mnożników Lagrange'a	238
12.2.1. Program nieliniowy w postaci standardowej	245
12.3. Warunki i twierdzenie Karusha-Kuhna-Tuckera	245
12.4. Zastosowania	251
12.4.1. Prosty model wymiany, prostokąt (skrzynka) Edgewortha	251
12.4.2. Model Arrowa-Hurwicza	253
12.4.3. Model Arrowa-Debreu-McKenziego	257
12.5. Zadania	264
13. Funkcja użyteczności, popytu, podaży i kosztu	268
13.1. Funkcja użyteczności	268

13.1.1. Przykłady funkcji użyteczności	268
13.1.2. Podstawowe własności funkcji użyteczności	271
13.1.3. Charakterystyki funkcji użyteczności	272
13.2. Maksymalizacja użyteczności konsumpcji (MUK)	276
13.3. Funkcja popytu konsumenta	279
13.3.1. Charakterystyki funkcji popytu	280
13.4. Funkcja kosztu	284
13.5. Zadania	285
14. Funkcja produkcji	291
14.1. Skalna funkcja produkcji	291
14.1.1. Standardowe założenia o skalarnej funkcji produkcji (postulaty funkcji produkcji)	292
14.1.2. Przykłady funkcji produkcji	293
14.2. Funkcja produkcji CES	294
14.3. Szczególne przypadki funkcji CES	300
14.3.1. Dwuargumentowa liniowa funkcja produkcji	300
14.3.2. Dwuargumentowa funkcja produkcji Cobba–Douglasa	302
14.3.3. Dwuargumentowa funkcja produkcji Koopmansa–Leontiefa	303
14.4. Inne funkcje produkcji	305
14.5. Długookresowa strategia przedsiębiorstwa (DSR)	306
14.5.1. Maksymalizacja zysku (MZ)	307
14.5.2. Minimalizacja kosztów (MK)	309
14.5.3. Optymalizacja wielkości produkcji (OP)	310
14.6. Krótkookresowa strategia przedsiębiorstwa (KSR)	312
14.7. Zadania	314
15. Równania różniczkowe	320
15.1. Równania różniczkowe rzędu pierwszego	321
15.1.1. Metoda uzmienniania stałej	324
15.1.2. Metoda przewidywań	325
15.1.3. Równanie Bernoulliego	326
15.2. Równania różniczkowe rzędu drugiego	327
15.2.1. Równania liniowe rzędu drugiego o stałych współczynnikach	330
15.3. Równanie różniczkowe k -go rzędu o stałych współczynnikach	331
15.4. Stabilność równań różniczkowych. Linearyzacja	336
15.5. Zastosowania równań różniczkowych	342
15.5.1. Procenty składane	342
15.5.2. Model wzrostu Domara	342
15.5.3. Model Solowa	345
15.5.4. Rozwój populacji. Model Malthusa	348
15.5.5. Model Verhulsta (logistyczny). Rozwój populacji z uwzględnieniem pojemności środowiska	349
15.5.6. Model Gompertza	351
15.5.7. Model Ludwiga rozwoju populacji	352
15.5.8. Badanie przyczyny rozwodów	353
15.5.9. Prosty model rynku	353
15.5.10. Model rynku z określoną tendencją zmiany cen	354
15.5.11. Zależności między bezrobociem i inflacją, model Phillipsa	356
15.6. Zadania	358

16. Równania różnicowe	365
16.1. Równania różnicowe. Podstawy	365
16.1.1. Liniowe równanie różnicowe rzędu pierwszego	369
16.1.2. Liniowe równanie rzędu k -go o stałych współczynnikach	371
16.1.3. Rozwiązanie szczególne równania niejednorodnego o stałych współczynnikach. Metoda uzmienniania stałych	374
16.1.4. Rozwiązanie szczególne równania niejednorodnego o stałych współczynnikach. Metoda przewidywań	376
16.2. Transformata $\mathcal{Z}$	378
16.3. Stabilność i linearyzacja nieliniowych równań różnicowych	381
16.4. Zastosowania równań różnicowych	383
16.4.1. Przyrost populacji w ujęciu dyskretnym. Model Malthusa	383
16.4.2. Dyskretny model Verhulsta	384
16.4.3. Model Fibonacciego	385
16.4.4. Model pajęczynowy	386
16.4.5. Rynek z określoną tendencją zmiany cen	388
16.4.6. Model dochodu narodowego Samuelsona (model mnożnika i akceleratora)	389
16.4.7. Model przepustowości. Teoria kolejek	390
16.5. Zadania	393
17. Układy równań różniczkowych zwyczajnych	397
17.1. Układy równań różniczkowych. Wiadomości wstępne	397
17.1.1. Metoda eliminacji	397
17.2. Układy równań różniczkowych liniowych	399
17.2.1. Rozwiązanie ogólne układu jednorodnego	402
17.2.2. Układy równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach. Metoda Eulera	406
17.3. Stabilność i asymptotyczna stabilność układów równań różniczkowych	411
17.4. Linearyzacja nieliniowych układów równań różniczkowych	414
17.5. Zastosowania układów równań różniczkowych	417
17.5.1. Ciągły model Leontiefa nakładów i wyników w procesie produkcji	417
17.5.2. Model nakładów i wyników obejmujący akumulację zapasów	418
17.5.3. Model Arrowa–Hurwicza	419
17.5.4. Model Arrowa–Debreu–McKenziego	420
17.5.5. Model inflacji i polityki monetarnej Obst	422
17.5.6. Model Lotki–Volterra (model konkurencji)	422
17.5.7. Uogólniony model Lotki–Volterra	424
17.5.8. Model epidemii Kermacka–McKendricka	425
17.5.9. Model „Romeo i Julia”	427
17.5.10. Układy o jednym (wielu) wejściu i wyjściu	428
17.6. Zadania	428
18. Układy równań różnicowych	434
18.1. Układy równań różnicowych. Wiadomości wstępne	434
18.1.1. Metoda eliminacji	434
18.1.2. Układy równań różnicowych liniowych	436
18.1.3. Metoda uzmienniania stałych wyznaczania rozwiązania szczególnego układu niejednorodnego	439
18.2. Układy równań różnicowych liniowych o stałych współczynnikach	440
18.3. Stabilność rozwiązania układu równań różnicowych	444

18.4. Zastosowania układów równań różnicowych	446
18.4.1. Model rynku	446
18.4.2. Dyskretny model Arrowa–Hurwicza	446
18.4.3. Dyskretny model Leontiefa	447
18.4.4. Model nakładów i wyników obejmujący akumulację zapasów	448
18.4.5. Dyskretny model oddziałujących populacji	448
18.4.6. Układy o jednym (wielu) wejściu i wyjściu	452
18.5. Zadania	453
Bibilografia	457
Wykaz symboli	459
Skorowidz	461