

Spis treści

Przedmowa	9
-----------------	---

CZĘŚĆ I. WSTĘP DO MATEMATYKI • 11

Wykład 1. Rachunek zdań. Formy zdaniowe. Prawa działań na kwantyfikatorach	13
1.1. Pojęcie zdania	13
1.2. Funktory zdaniotwórcze (spójniki międzyzdaniowe)	14
1.3. Prawa logiki (tautologie)	15
1.4. Pojęcie reguł wnioskowania	17
1.5. Predykaty	19
1.6. Prawa działań na kwantyfikatorach	19
1.7. Zadania	21
1.8. Rozwiązania zadań	22
Wykład 2. Zbiory. Iloczyn kartezjański. Relacje	27
2.1. Zbiory (mnogości)	27
2.2. Podzbiory, zawieranie i równość zbiorów	28
2.3. Działania na zbiorach	28
2.4. Produkt kartezjański zbiorów	30
2.5. Relacje dwuargumentowe (binarne)	31
2.6. Zadania	33
2.7. Rozwiązania zadań	34
Wykład 3. Grupowanie i porządkowanie	37
3.1. Grupowanie	37
3.2. Porządkowanie	39
3.3. Zadania	43
3.4. Rozwiązania zadań	44
Wykład 4. Składanie relacji, relacje odwrotne. Odwzorowania, własności odwzorowań	46
4.1. Składanie relacji	46
4.2. Pojęcie relacji odwrotnej	47
4.3. Funkcje	48
4.4. Zadania	50
4.5. Rozwiązania zadań	52

CZĘŚĆ II. ALGEBRA LINIOWA • 57

Wykład 5. Rozwiązanie układu równań liniowych metodą eliminacji	59
5.1. Zadania	65
5.2. Rozwiązania zadań	66
Wykład 6. Przestrzeń macierzy. Pojęcie przestrzeni wektorowej i podprzestrzeni. Iloczyn skalarny, ortogonalność	69
6.1. Przestrzeń macierzy	69
6.2. Przestrzeń wektorowa, podprzestrzeń	71
6.3. Iloczyn skalarny i ortogonalność	73
6.4. Zadania	74
6.5. Rozwiązania zadań	75

Wykład 7. Generowanie przestrzeni, liniowa niezależność, baza	78
7.1. Otoczka liniowa	78
7.2. Liniowa niezależność	79
7.3. Pojęcie bazy	80
7.4. Ortogonalność	82
7.5. Zadania	83
7.6. Rozwiązania zadań	84
Wykład 8. Przekształcenia liniowe	87
8.1. Pojęcie przekształcenia liniowego. Obraz, jądro, rząd przekształcenia liniowego	87
8.2. Macierz przekształcenia liniowego	89
8.3. Zadania	93
8.4. Rozwiązania zadań	94
Wykład 9. Iloczyn zewnętrzny (skośny). Wyznacznik i zorientowana objętość	97
9.1. Iloczyn zewnętrzny (skośny)	97
9.2. Wyznacznik — określenie	100
9.3. Własności wyznacznika	101
9.4. Rozwinięcie Laplace’a–Cauchy’ego	102
9.5. Wyznacznik macierzy przekształcenia liniowego	104
9.6. Zadania	106
9.7. Rozwiązania zadań	107
Wykład 10. Równania liniowe. Macierz odwrotna. Rząd macierzy. Macierz przejścia	111
10.1. Ogólne własności równań liniowych	111
10.2. Reprezentacja macierzowa równania liniowego	112
10.3. Macierz odwrotna	114
10.4. Obliczanie macierzy odwrotnej	115
10.5. Wzór na macierz odwrotną	117
10.6. Macierze blokowe. Obliczanie macierzy odwrotnej przez podział na bloki	119
10.7. Macierz przejścia. Macierz przekształcenia liniowego w różnych bazach	123
10.8. Zadania	125
10.9. Rozwiązania zadań	127
Wykład 11. Iloczyn wektorowy. Prosta. Hiperpłaszczyzna. Sfera	132
11.1. Iloczyn wektorowy	132
11.2. Równanie prostej	135
11.3. Równanie płaszczyzny	139
11.3.1. Suma liniowa	139
11.3.2. Płaszczyzna	140
11.3.3. Hiperpłaszczyzna	140
11.3.4. Rzut ortogonalny na płaszczyznę	143
11.4. Sfera	145
11.5. Zadania	146
11.6. Rozwiązania zadań	147
Wykład 12. Wektory własne i wartości własne przekształcenia liniowego. Macierze ortogonalne. Diagonalizacja macierzy	152
12.1. Wektory własne i wartości własne przekształcenia liniowego	152
12.2. Pojęcie macierzy ortogonalnej	153
12.3. Sprowadzanie macierzy do postaci diagonalnej	155
12.4. Zadania	162
12.5. Rozwiązania zadań	162

Wykład 13. Formy liniowe. Formy kwadratowe	166
13.1. Formy liniowe w $R_{n \times 1}$	166
13.2. Formy kwadratowe na $R_{n \times 1}$	167
13.3. Postać kanoniczna formy kwadratowej	168
13.4. Określoność formy kwadratowej	169
13.5. Zadania	170
13.6. Rozwiązania zadań	171
Wykład 14. Hiperpowierzchnie drugiego stopnia w przestrzeni $R_{n \times 1}$	176
14.1. Niejednorodne formy kwadratowe w przestrzeni $R_{n \times 1}$	176
14.2. Sprowadzanie niejednorodnej formy kwadratowej do postaci kanonicznej	177
14.3. Hiperpowierzchnie drugiego stopnia w przestrzeni $R_{n \times 1}$	179
14.4. Klasyfikacja krzywych drugiego stopnia w przestrzeni dwuwymiarowej	179
14.5. Klasyfikacja powierzchni drugiego stopnia w przestrzeni trójwymiarowej	180
14.6. Środek symetrii hiperpowierzchni	181
14.7. Zadania	184
14.8. Rozwiązania zadań	185
CZĘŚĆ III. ANALIZA MATEMATYCZNA • 191	
Wykład 15. Przestrzeń metryczna. Granica ciągu punktów przestrzeni metrycznej	193
15.1. Odległość w przestrzeni euklidesowej	193
15.2. Przestrzeń metryczna	194
15.3. Granica ciągu punktów	198
15.3.1. Podstawowe pojęcia	198
15.3.2. Wzmianka o dalszym uogólnieniu koncepcji granicy ciągu punktów ...	202
15.4. Zadania	203
15.5. Rozwiązania zadań	204
Wykład 16. Granica funkcji. Ciągłość	207
16.1. Funkcje rzeczywiste wielu zmiennych rzeczywistych	207
16.2. Granica w punkcie funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych	211
16.2.1. Pojęcie granicy iterowanej	213
16.3. Ciągłość funkcji	214
16.4. Zadania	215
16.5. Rozwiązania zadań	216
Wykład 17. Pochodna kierunkowa. Pochodna funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych. Różniczka	220
17.1. Pochodna kierunkowa. Pochodna słaba (gradient). Pochodna mocna	220
17.2. Własności gradientu	226
17.3. Różniczkowalność	228
17.4. Zadania	229
17.5. Rozwiązania zadań	230
Wykład 18. Pochodne wyższych rzędów. Wzór Taylora	235
18.1. Pochodna drugiego rzędu	235
18.2. Różniczki dowolnego rzędu	237
18.3. Wzór Taylora	239
18.4. Zadania	240
18.5. Rozwiązania zadań	241
Wykład 19. Ekstrema funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych	245
19.1. Zadania	251

19.2. Rozwiązania zadań	252
Wykład 20. Różniczkowanie funkcji zmiennej wektorowej o wartościach wektorowych. Funkcje niejawne	255
20.1. Funkcje o wartościach wektorowych	255
20.1.1. Wprowadzenie	255
20.1.2. Różniczkowanie funkcji o wartościach wektorowych	256
20.1.3. Zarys ogólnej koncepcji pochodnej	259
20.2. Funkcje niejawne (uwikłane)	261
20.3. Zadania	269
20.4. Rozwiązania zadań	270
Wykład 21. Ekstrema warunkowe	274
21.1. Zadania	279
21.2. Rozwiązania zadań	280
Wykład 22. Całka nieoznaczona	283
22.1. Definicja całki nieoznaczonej i podstawowe wzory	283
22.2. Całkowanie funkcji wymiernych	287
22.3. Zadania	292
22.4. Rozwiązania zadań	293
Wykład 23. Całka oznaczona	299
23.1. Pole trapezu	299
23.1.1. Addytywność	299
23.1.2. Medialność	300
23.1.3. Ciągłość	300
23.2. Własności funkcji przedziału	301
23.3. Całka oznaczona	305
23.4. Całki niewłaściwe	311
23.4.1. Całka niewłaściwa w przedziale nieskończonym	311
23.4.2. Całka niewłaściwa funkcji nieciągłych w jednym punkcie	312
23.5. Zadania	313
23.6. Rozwiązania zadań	314
Wykład 24. Całka podwójna	318
24.1. Całka podwójna jako funkcja obszaru płaskiego	318
24.2. Całka podwójna po prostokącie	319
24.3. Całka podwójna po obszarze normalnym	322
24.4. Całka podwójna po obszarze regularnym	323
24.5. Liniowość i addytywność całki podwójnej	324
24.6. Zadania	324
24.7. Rozwiązania zadań	325
Wykład 25. Zamiana zmiennych w całce podwójnej	329
25.1. Przekształcenia płaszczyzny	329
25.2. Wzór na zamianę zmiennych w całce podwójnej	335
Wykład 26. Szeregi liczbowe. Szeregi potęgowe	339
26.1. Zadania	345
26.2. Rozwiązania zadań	346
Zadania do samodzielnego rozwiązania	352
Bibliografia	371
Skorowidz	372