

Spis treści

Wstęp	9
0 Zbiory i funkcje liczbowe	11
0.1 Zbiór liczb rzeczywistych	11
0.2 Zbiory ograniczone	12
0.3 Kresy zbiorów	13
0.4 Funkcje – podstawowe określenia	15
0.5 Funkcje okresowe, parzyste i nieparzyste	18
0.6 Funkcje ograniczone	20
0.7 Funkcje monotoniczne	22
0.8 Złożenia funkcji	24
0.9 Funkcje odwrotne	25
0.10 Funkcje cyklometryczne	27
0.11 Funkcje elementarne	29
0.12 Niektóre funkcje nieelementarne	31
0.13 Odpowiedzi i wskazówki	33
1 Ciągi liczbowe	37
1.1 Podstawowe określenia	37
1.2 Granice ciągów	41
1.3 Twierdzenia o granicach właściwych ciągów	44
1.4 Twierdzenia o granicach niewłaściwych ciągów	49
1.5 Granice dolna i górna ciągów	51
1.6 Punkty skupienia zbiorów*	52
1.7 Dowody wybranych twierdzeń i faktów	53
1.8 Odpowiedzi i wskazówki	55
2 Granice funkcji	57
2.1 Podstawowe określenia	57
2.2 Twierdzenia o granicach właściwych funkcji	69
2.3 Twierdzenia o granicach niewłaściwych funkcji	71
2.4 Asymptoty funkcji	74
2.5 Dowody wybranych twierdzeń i faktów	77

2.6	Odpowiedzi i wskazówki	78
3	Funkcje ciągłe	81
3.1	Ciągłość funkcji	81
3.2	Nieciągłości funkcji	84
3.3	Działania na funkcjach ciągłych	86
3.4	Twierdzenia o funkcjach ciągłych	88
3.5	Dowody wybranych twierdzeń i faktów	91
3.6	Odpowiedzi i wskazówki	92
4	Pochodne funkcji	93
4.1	Podstawowe pojęcia	93
4.2	Pochodne jednostronne funkcji	99
4.3	Twierdzenia o pochodnej funkcji	102
4.4	Różniczka funkcji	106
4.5	Pochodne wyższych rzędów	107
4.6	Pochodne funkcji wektorowych	110
4.7	Dowody wybranych twierdzeń i faktów	111
4.8	Odpowiedzi i wskazówki	112
5	Twierdzenia o funkcjach z pochodnymi	116
5.1	Twierdzenia o wartości średniej	116
5.2	Twierdzenia o granicach nieoznaczonych	121
5.3	Rozwinięcie Taylora funkcji	123
5.4	Dowody wybranych twierdzeń i faktów	126
5.5	Odpowiedzi i wskazówki	127
6	Badanie funkcji	129
6.1	Ekstrema funkcji	129
6.2	Funkcje wypukłe i wklęsłe	135
6.3	Punkty przegięcia wykresu funkcji	138
6.4	Badanie funkcji	142
6.5	Wykorzystanie praw fizyki do znajdowania ekstremów funkcji	142
6.6	Dowody wybranych twierdzeń i faktów	146
6.7	Odpowiedzi i wskazówki	147
7	Całki nieoznaczone	150
7.1	Funkcje pierwotne	150
7.2	Całki nieoznaczone	151
7.3	Twierdzenia o całkach nieoznaczonych	153
7.4	Całkowanie funkcji wymiernych	156
7.5	Całkowanie funkcji trygonometrycznych	159
7.6	Całkowanie funkcji z niewymiernościami	162
7.7	Dowody wybranych twierdzeń i faktów	163

7.8	Odpowiedzi i wskazówki	163
8	Całki oznaczone	166
8.1	Definicje i oznaczenia	166
8.2	Interpretacja geometryczna całki oznaczonej	168
8.3	Interpretacja fizyczna całki oznaczonej	170
8.4	Podstawowe twierdzenia	171
8.5	Metody obliczania całek oznaczonych	173
8.6	Własności całki oznaczonej	174
8.7	Twierdzenia podstawowe rachunku całkowego	179
8.8	Przybliżone metody obliczania całek*	182
8.9	Dowody wybranych twierdzeń i faktów	184
8.10	Odpowiedzi i wskazówki	185
9	Zastosowania całek oznaczonych	188
9.1	Zastosowania w geometrii	188
9.2	Zastosowania w fizyce	192
9.3	Odpowiedzi i wskazówki	193
10	Przestrzenie metryczne*	195
10.1	Metryki	195
10.2	Kule w przestrzeniach metrycznych	200
10.3	Ciągi i funkcje w przestrzeniach metrycznych	202
Dodatek		205
	Tożsamości wykorzystywane w analizie	205
	Nierówności wykorzystywane w analizie	206
	Symbole sumy i iloczynu	207
Literatura		209
Skorowidz		211