

# Spis treści

|          |                                                                                      |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 0.1      | Notacja . . . . .                                                                    | ix        |
| <b>1</b> | <b>Wprowadzenie</b>                                                                  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Podstawowe pojęcia</b>                                                            | <b>3</b>  |
| 2.1      | Definicje i oznaczenia . . . . .                                                     | 3         |
| 2.2      | Macierzowe reprezentacje grafów . . . . .                                            | 13        |
| 2.3      | Drogi i cykle . . . . .                                                              | 19        |
| 2.4      | Spójność grafów . . . . .                                                            | 25        |
| 2.5      | Przeszukiwanie grafów . . . . .                                                      | 30        |
| 2.5.1    | Metoda przeszukiwania grafu wszerek . . . . .                                        | 31        |
| 2.5.2    | Metoda przeszukiwania grafu w głąb . . . . .                                         | 32        |
| 2.6      | Klasy grafów . . . . .                                                               | 34        |
| 2.6.1    | Grafy pełne i grafy regularne . . . . .                                              | 34        |
| 2.6.2    | Turnieje . . . . .                                                                   | 38        |
| 2.6.3    | Grafy dwudzielne . . . . .                                                           | 38        |
| 2.6.4    | Grafy planarne . . . . .                                                             | 41        |
| <b>3</b> | <b>Drogi i cykle</b>                                                                 | <b>47</b> |
| 3.1      | Drogi i cykle Eulera . . . . .                                                       | 47        |
| 3.1.1    | Drogi i cykle Eulera w grafach nieskierowanych . . . . .                             | 47        |
| 3.1.2    | Drogi i cykle Eulera w grafach skierowanych . . . . .                                | 55        |
| 3.2      | Drogi i cykle Hamiltona . . . . .                                                    | 56        |
| 3.2.1    | Drogi i cykle Hamiltona w grafach nieskierowanych . . . . .                          | 56        |
| 3.2.2    | Warunki dostateczne istnienia cykli Hamiltona<br>w grafach nieskierowanych . . . . . | 63        |
| 3.2.3    | Drogi i cykle Hamiltona w grafach skierowanych . . . . .                             | 69        |

|          |                                                           |            |
|----------|-----------------------------------------------------------|------------|
| <b>4</b> | <b>Drzewa i lasy</b>                                      | <b>77</b>  |
| 4.1      | Drzewa rozpinające grafów . . . . .                       | 79         |
| 4.1.1    | Drzewa przeglądu grafu wszerek i w głąb . . . . .         | 87         |
| 4.1.2    | Cykle fundamentalne grafu . . . . .                       | 89         |
| <b>5</b> | <b>Spójność</b>                                           | <b>93</b>  |
| 5.1      | Spójność krawędziowa i wierzchołkowa . . . . .            | 93         |
| 5.2      | Separatory i konektory . . . . .                          | 98         |
| <b>6</b> | <b>Niezależność</b>                                       | <b>105</b> |
| 6.1      | Zbiory stabilne i pokrycia . . . . .                      | 105        |
| 6.1.1    | Zbiory wewnętrznie stabilne . . . . .                     | 105        |
| 6.1.2    | Pokrycia wierzchołkowe i krawędziowe . . . . .            | 113        |
| 6.1.3    | Związki między pokryciami a zbiorami stabilnymi . . . . . | 114        |
| 6.2      | Kolorowanie grafów . . . . .                              | 122        |
| 6.2.1    | Kolorowanie wierzchołków . . . . .                        | 123        |
| 6.2.2    | Grafy doskonałe . . . . .                                 | 130        |
| 6.3      | Wielomiany chromatyczne . . . . .                         | 131        |
| 6.3.1    | Kolorowanie krawędzi . . . . .                            | 141        |
| <b>7</b> | <b>Zadania ekstremalne na grafach</b>                     | <b>147</b> |
| 7.1      | Przepływy w sieciach . . . . .                            | 147        |
|          | <b>Dodatek</b>                                            | <b>159</b> |