

SPIS TREŚCI

Od autorów	7
Streszczenie	9
Wprowadzenie	10
Wykaz ważniejszych oznaczeń	14
1. Limiteracyjne wyznaczanie granic własnych funkcji	18
1.1. Podstawowe pojęcia	18
1.2. Cechy granic własnych	19
1.3. Przykłady	20
1.4. Możliwość zastosowania granic własnych funkcji do rozwiązywania równań	21
2. Granice własne niektórych funkcji elementarnych	23
2.1. Wprowadzenie	23
2.2. Granice własne funkcji $y = x$	23
2.3. Granice własne funkcji $y = x^2$	24
2.4. Granice własne funkcji $y = x^3$	25
2.5. Granice własne funkcji $y = x^n$	25
2.6. Granice własne funkcji $y = x^{-1}$	26
2.7. Granice własne funkcji $y = x^{-2}$	26
2.8. Granice własne funkcji $y = x^{-3}$	26
2.9. Granice własne funkcji $y = \ln x $	27
2.10. Granice własne funkcji $y = \sin x$ dla kątów w mierze łukowej	27
2.11. Granica własna funkcji $y = \cos x$ dla kątów w mierze łukowej	27
3. Granice własne funkcji wymiernych	28
3.1. Wprowadzenie	28
3.2. Rozwiązywanie równań metodą limiteracji	29
3.3. Przykład postępowania	33
4. Algorytm rozwiązywania równań wielomianowych	35
4.1. Wprowadzenie oznaczeń	35
4.2. Twierdzenie o funkcji rozwiązującej równanie	36
4.3. Funkcje automatyczne	40
4.4. Miara szybkości limiteracji	42
5. Graficzna interpretacja rozwiązywania równań metodą limiteracji	44
5.1. Wprowadzenie	44
5.2. Procedura oscylacyjna nieprowadząca do wyznaczenia granicy własnej	45
5.3. Procedura prowadząca do wyznaczenia granicy własnej	45

5.4. Procedura rozbieżna nieprowadząca do wyznaczenia granicy własnej	46
5.5. Procedura prowadząca do wyznaczenia granicy własnej funkcji z asymptotą ukośną	48
5.6. Procedura nieprowadząca do wyznaczenia granicy własnej funkcji z asymptotą ukośną	49
6. Klasyfikacja równań algebraicznych	55
6.1. Podstawowe zasady klasyfikacji równań	55
6.2. Twierdzenie o nośnikach	57
6.3. Numeracja nośników odpowiadających równaniu stopnia n	58
6.4. Działania na nośnikach	59
6.5. Przykłady w przestrzeni trójwymiarowej	60
6.6. Definicja nośników dopełniających się	60
6.7. Definicja równań dopełniających się	61
6.8. Zasady posługiwania się nośnikami	62
6.9. Definicja równań wzorcowych	63
6.10. Przykłady rozwiązywania równań wzorcowych typu $W \cdot E = 0$, odpowiadających nośnikom głównym	63
6.11. Przykłady równań wyznaczanych przez nośniki różne od nośników głównych	65
6.12. Przykłady równań typu $W \cdot E = 0$, wyznaczanych przez nośniki o numerach parzystych	66
6.13. Przykłady równań typu $W \cdot B \cdot E = 0$	67
7. Równania o współczynnikach parametrycznych	70
7.1. Procedura rozwiązywania równań o współczynnikach parametrycznych	70
7.2. Procedury rozwiązywania równań o współczynnikach zależnych od parametru $t = x$	71
7.3. Przykłady równań o współczynnikach funkcyjnych	72
8. Równania algebraiczne o współczynnikach wymiernych	75
8.1. Uwagi ogólne	75
8.2. Przykłady równań o wykładnikach wymiernych	75
8.3. Równania o wykładnikach dziesiętnych	77
9. Ogólne zasady rozwiązywania równania typu $W \cdot B \cdot E = 0$	78
9.1. Uwagi wstępne	78
9.2. Obniżanie stopnia równania	79
9.3. Poszukiwanie pierwiastków podwójnych	79
9.3.1. Definicja odległości między pierwiastkami	80
9.3.2. Definicja przedziału aktywności funkcji rozwiązującej	80
9.3.3. Definicja kwadratu aktywności funkcji rozwiązującej	80
9.4. Wyznaczanie przedziałów aktywności funkcji rozwiązującej	81
9.5. Przykłady równań o pierwiastkach quasi-podwójnych	83
10. Ogólne zasady wyznaczania pierwiastków quasi-podwójnych i wielokrotnych równań typu $W \cdot B \cdot E = 0$	86
10.1. Rozwiązywanie równań	86
10.1.1. Definicja pierwiastków quasi-podwójnych i podwójnych	86
10.2. Stosowanie procedur	87
10.2.1. Pierwiastki podwójne a quasi-podwójne	87

10.2.2. Przykład wyznaczania kwadratu aktywności funkcji rozwiązującej równania piątego stopnia	87
10.2.3. Ilustracja przebiegu wyznaczania pierwiastków	89
10.2.4. Definicja kontrasympoty	89
10.3. Ilustracja przebiegu limiteracji	90
10.4. Rozwiązywanie równań o pierwiastkach quasi-podwójnych	92
10.5. Rozwiązywanie równań o pierwiastkach quasi-podwójnych w przypadkach szczególnych	94
10.5.1. Przykład równania o pierwiastkach bliskich zeru	95
10.5.2. Przykład równania o pierwiastkach bliskich wartości jeden	95
10.5.3. Przykład równania o pierwiastkach mniejszych od jeden i bliskich jeden	97
10.6. Rozwiązywanie równań o pierwiastkach podwójnych lub wielokrotnych	98
10.6.1. Eliminacja pierwiastków podwójnych	98
10.6.2. Zastosowanie kryterium Euklidesa do znajdowania największego wspólnego podzielnika wielomianów	99
10.7. Stabilność pierwiastka równania algebraicznego stopnia n względem funkcji rozwiązującej równanie	100
10.7.1. Stabilność pierwiastka względem danej funkcji rozwiązującej	100
10.7.2. Skuteczność funkcji rozwiązującej	102
10.8. Ocena błędów	103
11. Właściwości rozwiązań równań algebraicznych stopnia n	105
11.1. Wprowadzenie	105
11.2. Przykłady równań o charakterystycznych układach pierwiastków i asymptot pionowych rezolwent	106
11.2.1. Równanie bez pierwiastków rzeczywistych	106
11.2.2. Równanie z jednym pierwiastkiem rzeczywistym	108
11.2.3. Równanie z dwoma pierwiastkami rzeczywistymi	110
11.2.4. Równanie z dwoma pierwiastkami rzeczywistymi rozdzielonymi trzema asymptotami pionowymi	112
11.2.5. Równanie o trzech pierwiastkach rzeczywistych rozdzielonych czterema asymptotami pionowymi	115
11.3. Właściwości rozwiązań równań algebraicznych stopnia n	117
11.4. Twierdzenie o monotoniczności rezolwentu	118
11.5. Pułapki limiteracyjne rezolwent	119
11.6. Pułapki limiteracyjne funkcji rozwiązujących	122
11.7. Pułapki limiteracyjne a specyfika metod numerycznych	126
12. Metoda limiteracji a granice własne funkcji	130
12.1. Wzajemne powiązania obu pojęć	130
12.2. Uzupełnienia pasywne prowadzące do homograficznych funkcji rozwiązujących	131
12.3. Uzupełnienia pasywne równań wybranymi funkcjami elementarnymi	136
12.4. Równania w ciele liczb zespolonych	138
12.4.1. Rozwiązanie równania w ciele liczb zespolonych z zastosowaniem układu równań w liczbach rzeczywistych	138
12.4.2. Rozwiązanie równania w ciele liczb zespolonych z zastosowaniem zespolonej funkcji rozwiązującej	141

12.4.3. Interpretacja geometryczna równań algebraicznych w ciele liczb zespolonych	142
13. Zastosowania metody limiteracyjnej do rozwiązywania równań z funkcjami okresowymi	145
13.1. Sumowanie funkcji liniowej z funkcją okresową	145
13.2. Rozwiązywanie równań trygonometrycznych	146
14. Sposoby ustalania wartości początkowych limiteracji	154
14.1. Rozwiązywanie równań otrzymanych z wielomianów Appela	154
14.2. Schemat ustalania wartości początkowych limiteracji	157
15. Metody rozwiązywania równań algebraicznych	159
15.1. Charakterystyka metod rozwiązywania równań algebraicznych	159
15.2. Metoda z użyciem pierwiastków	159
15.2.1. Rozwiązywanie równań stopnia trzeciego metodą Cardana	160
15.2.2. Rozwiązywanie równań stopnia czwartego	163
15.3. Metody przybliżone	164
15.4. Porównanie metody limiteracyjnej $L_{JR}(y)$ z innymi metodami	165
15.5. Metoda limiteracyjna $L_{JR}(y)$ w interpretacji geometrycznej	165
15.6. Metoda limiteracyjna $L_{JR}(y)$ z rezolwentą w postaci ogólnej	167
15.6.1. Ogólna postać rezolwenty	167
15.6.2. Przykłady zastosowania rezolwenty w postaci ogólnej	168
16. Niektóre zastosowania metody $L_{JR}(y)$ w technice	170
16.1. Modelowanie matematyczne w metrologii	170
16.2. Zastosowanie w automatyce	176
16.3. Sposób prowadzenia obliczeń	178
16.4. Zastosowania w praktyce	179
Literatura	180
Skorowidz	181
Summary	185
Резюме	186