

Spis treści

1.	Rachunek zdań – rachunek funkcyjny	7
1.1.	Zdanie	7
1.2.	Funktory zdaniotwórcze	7
1.3.	Tautologie	9
1.4.	Funkcja zdaniowa	10
1.5.	Kwantyfikatory	11
1.6.	Prawa działań na kwantyfikatorach	12
1.7.	Reguły dowodzenia	13
1.8.	Zamknięty układ implikacji – kwadrat logiczny	15
2.	Algebra zbiorów	17
2.1.	Zbiór jako pojęcie matematyczne	17
2.2.	Inkluzja – diagramy Venna	19
2.3.	Przedziały liczbowe jako szczególne zbiory	20
2.4.	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej	21
2.5.	Suma, iloczyn i różnica zbiorów	21
2.6.	Zbiory liczbowe ograniczone	24
2.7.	Rodzina wszystkich podzbiorów zbioru	25
2.8.	Iloczyn kartezjański zbiorów	26
3.	Relacje	29
3.1.	Graf relacji i tabela jako forma prezentacji relacji	31
3.2.	Relacja równoważnościowa	33
4.	Funkcja	37
4.1.	Funkcja jako szczególna relacja	37
4.2.	Funkcja jako przyporządkowanie	38
4.3.	Niektóre funkcje w matematyce i fizyce	40
4.4.	Funkcja charakterystyczna zbioru	41
4.5.	Iniekcja, surjekcja, bijekcja	42
4.6.	Równoliczność zbiorów. Moc zbioru	44
4.7.	Złożenie funkcji, czyli funkcja złożona. Funkcja odwrotna	47
4.8.	Funkcje liczbowo-liczbowe	48
4.9.	Suma, różnica, iloczyn i iloraz funkcji liczbowo-liczbowych	49
4.10.	Wykres funkcji liczbowo-liczbowej	50

4.11.	Monotoniczne funkcje liczbowo-liczbowe	53
4.12.	Funkcje liczbowo-liczbowe ograniczone	55
4.13.	Funkcje liczbowo-liczbowe parzyste, funkcje nieparzyste	57
4.14.	Funkcje liczbowo-liczbowe okresowe	59
4.15.	Zadania różne	60
5.	Funkcje elementarne, równania i nierówności	63
5.1.	Funkcje elementarne	63
5.2.	Funkcja liniowa	63
5.3.	Równanie liniowe	64
5.4.	Macierze, macierze jednostkowe	65
5.5.	Operacje elementarne na macierzach	66
5.6.	Macierze nieosobliwe	66
5.7.	Wyznacznik macierzy stopnia 2	67
5.8.	Układy równań liniowych na płaszczyźnie kartezjańskiej	68
5.9.	Układ równań liniowych i jego macierzowa prezentacja	71
5.10.	Metoda eliminacji Gaussa	72
5.11.	Funkcja kwadratowa. Równania i nierówności kwadratowe	76
5.12.	Wielomiany	78
5.13.	Równania algebraiczne	79
5.14.	Funkcja wymierna	80
5.15.	Równania i nierówności wymierne	82
5.16.	Funkcja potęgowa	82
5.17.	Funkcja wykładnicza	83
5.18.	Funkcja logarytmiczna	83
5.19.	Funkcje trygonometryczne	85
5.20.	Funkcje cyklometryczne	86
6.	Ciągi nieskończone jako szczególne funkcje	89
6.1.	Definicja ciągu	89
6.2.	Podciąg ciągu	92
6.3.	Ciągi liczbowe	93
6.4.	Ciąg Fibonacciego	97
6.5.	Wykres ciągu liczbowego	99
6.6.	Ciągi liczbowe monotoniczne	100
6.7.	Ciągi liczbowe ograniczone	102
6.8.	Definicja granicy ciągu – zbieżność w sensie węższym	103
6.9.	Twierdzenia o ciągach zbieżnych w sensie węższym	104
6.10.	Granice niewłaściwe – zbieżność w sensie szerszym	109
6.11.	Symbole nieoznaczone	113
7.	Szeregi liczbowe	115
7.1.	Definicja szeregu	115
7.2.	Twierdzenia o zbieżności szeregów	117
7.3.	Szeregi geometryczne	120

7.4.	Szeregi liczbowe a pola	122
8.	Kombinatoryka	125
8.1.	Doświadczenie losowe oraz zbiór jego wyników	125
8.2.	Toto-lotek i gra losowa typu toto-lotka	128
8.3.	Permutacja	130
8.4.	Wariacja bez powtórzeń	132
8.5.	Wariacja	135
8.6.	Kombinacja	138
8.7.	Deska Galtona	142
8.8.	Dwumian Newtona	144
8.9.	Różne zadania z kombinatoryki	146
9.	Rachunek prawdopodobieństwa	149
9.1.	Przestrzeń probabilistyczna	149
9.2.	Model probabilistyczny doświadczenia losowego	150
9.3.	Metoda jednakowo możliwych przypadków	152
9.4.	Drzewo stochastyczne	154
9.5.	Zdarzenie w przestrzeni probabilistycznej	158
9.6.	Prawdopodobieństwo zdarzenia	162
9.7.	Prawdopodobieństwo klasyczne	167
9.8.	Prawdopodobieństwo jako ocena szansy i ryzyka	172
9.9.	Loteria fantowa przynosi zyski	177
9.10.	Zmienna losowa i jej rozkład	178
9.11.	Czas trwania doświadczenia losowego o losowej liczbie etapów	181
9.12.	Fizyczna interpretacja rozkładu zmiennej losowej	182
9.13.	Zmienna losowa wokół nas	184
9.14.	Suma i iloczyn zmiennych losowych	186
9.15.	Zmienna losowa i nowa przestrzeń probabilistyczna	187
9.16.	Wartość oczekiwana zmiennej losowej	188
9.17.	Nadzieja matematyczna w interpretacji fizycznej rozkładu	189
9.18.	Wartość oczekiwana a prosperowanie hazardu	190
9.19.	Własności wartości oczekiwanej	191
10.	Granica funkcji w punkcie i ciągłość funkcji	193
10.1.	Punkt skupienia zbioru	193
10.2.	Granica funkcji w punkcie	195
10.3.	Granice jednostronne funkcji w punkcie	199
10.4.	Granice niewłaściwe funkcji w punkcie	202
10.5.	Niewłaściwe granice jednostronne funkcji w punkcie	204
10.6.	Granice funkcji w nieskończoności	205
10.7.	Granice niektórych funkcji	207
10.8.	Wspólna postać definicji granicy funkcji w punkcie	208
10.9.	Asymptoty funkcji liczbowo-liczbowej	208

10.10.	Funkcja ciągła w punkcie	210
11.	Rachunek różniczkowy	219
11.1.	Pochodna funkcji w punkcie	219
11.2.	Geometryczna i fizyczna interpretacja pochodnej	220
11.3.	Różniczkowalność funkcji w punkcie a jej ciągłość w tym punkcie	222
11.4.	Pochodna jako nowa funkcja – twierdzenia o pochodnej	222
11.5.	Reguły de L'Hospitala	226
11.6.	Ekstrema lokalne funkcji	227
11.7.	Twierdzenia o wartości średniej	228
11.8.	Pochodne wyższych rzędów	231
11.9.	Funkcja wklęsła. Funkcja wypukła	233
11.10.	Punkty przegięcia wykresu funkcji	235
11.11.	Badanie przebiegu zmienności funkcji	237
12.	Rachunek całkowy	239
12.1.	Całka nieoznaczona i jej własności	239
12.2.	Całkowanie przez części	241
12.3.	Całkowanie przez podstawianie	242
12.4.	Całka oznaczona	242
12.5.	Całka a objętość i pole powierzchni brył obrotowych . .	246
13.	Liczby zespolone	249
13.1.	Zbiór liczb zespolonych i działania w tym zbiorze	249
13.2.	Moduł i argument liczby zespolonej	252
13.3.	Trygonometryczna postać liczby zespolonej	254
13.4.	Pierwiastki z liczby zespolonej	255
13.5.	Równanie kwadratowe w zbiorze liczb zespolonych . . .	256
14.	Uzupełnienia	257
14.1.	Funkcje wielu zmiennych	257
14.2.	Równania różniczkowe zwyczajne	260
14.3.	Przetrmienie probabilistyczne w przyrodzie – genotyp potomka jako wynik doświadczenia losowego	264
14.4.	Prawdopodobieństwo a pewne prawa przyrody – prawo Hardy'ego-Weinberga	266
15.	Odpowiedzi i wskazówki do zadań	269
	Literatura	277
	Skorowidz	279