
Spis treści

Przedmowa	13
1. Wstęp	21
1.1. Algorytmy	21
1.2. Analiza algorytmów	26
1.3. Projektowanie algorytmów	32
1.3.1. Metoda „dziel i zwyciężaj”	32
1.3.2. Analiza algorytmów typu „dziel i zwyciężaj”	34
1.4. Podsumowanie	36

Część I Podstawowy aparat matematyczny

2. Rzędy wielkości funkcji	44
2.1. Notacja asymptotyczna	45
2.2. Standardowe notacje i typowe funkcje	54
3. Sumy	64
3.1. Wzory i własności dotyczące sum	64
3.2. Szacowanie wartości sum	68
4. Rekurencje	77
4.1. Metoda podstawiania	78
4.2. Metoda iteracyjna	82
4.3. Metoda rekurencji uniwersalnej	86
★ 4.4. Dowód twierdzenia o rekurencji uniwersalnej	89
4.4.1. Dowód dla dokładnych potęg	90
4.4.2. Części całkowite liczb	96

5.	Zbiory i nie tylko	103
5.1.	Zbiory	103
5.2.	Relacje	108
5.3.	Funkcje	110
5.4.	Grafy	113
5.5.	Drzewa	117
5.5.1.	Drzewa wolne	117
5.5.2.	Drzewa ukorzenione i uporządkowane	120
5.5.3.	Drzewa binarne i pozycyjne	121
6.	Zliczanie i prawdopodobieństwo	126
6.1.	Zliczanie	126
6.2.	Prawdopodobieństwo	132
6.3.	Dyskretne zmienne losowe	139
6.4.	Rozkłady geometryczne i dwumianowe	144
★ 6.5.	Krańce rozkładu dwumianowego	150
6.6.	Analiza probabilistyczna	157
6.6.1.	Paradoks dnia urodzin	157
6.6.2.	Kule i urny	160
6.6.3.	Ciągi „dobrej passy”, czyli sukcesów	162

Część II Sortowanie i statystyki pozycyjne

7.	Heapsort – sortowanie przez kopcowanie	173
7.1.	Kopce	173
7.2.	Przywracanie własności kopca	175
7.3.	Budowanie kopca	177
7.4.	Algorytm sortowania przez kopcowanie (heapsort)	180
7.5.	Kolejki priorytetowe	181
8.	Quicksort – sortowanie szybkie	186
8.1.	Opis algorytmu	186
8.2.	Czas działania algorytmu quicksort	189
8.3.	Probabilistyczne wersje algorytmu quicksort	194
8.4.	Analiza algorytmu quicksort	196
8.4.1.	Analiza przypadku pesymistycznego	196
8.4.2.	Analiza przypadku średniego	197
9.	Sortowanie w czasie liniowym	206
9.1.	Dolne ograniczenia dla problemu sortowania	206
9.2.	Sortowanie przez zliczanie	210
9.3.	Sortowanie pozycyjne	212
9.4.	Sortowanie kubekowe	215
10.	Mediany i statystyki pozycyjne	220
10.1.	Minimum i maksimum	221
10.2.	Wybór w oczekiwanym czasie liniowym	222
10.3.	Wybór w pesymistycznym czasie liniowym	225

Część III Struktury danych

11. Elementarne struktury danych	236
11.1. Stosy i kolejki	236
11.2. Listy	240
11.3. Reprezentowanie struktur wskaźnikowych za pomocą tablic	245
11.4. Reprezentowanie drzew (ukorzenionych)	249
12. Tablice z haszowaniem	256
12.1. Tablice z adresowaniem bezpośrednim	257
12.2. Tablice z haszowaniem	258
12.3. Funkcje haszujące	264
12.3.1. Haszowanie modułarne	265
12.3.2. Haszowanie przez mnożenie	266
12.3.3. Haszowanie uniwersalne	268
12.4. Adresowanie otwarte	271
13. Drzewa poszukiwań binarnych	284
13.1. Co to jest drzewo poszukiwań binarnych?	285
13.2. Wyszukiwanie w drzewie poszukiwań binarnych	287
13.3. Operacje wstawiania i usuwania	291
★ 13.4. Losowo skonstruowane drzewa poszukiwań binarnych	295
14. Drzewa czerwono-czarne	305
14.1. Własności drzew czerwono-czarnych	305
14.2. Operacje rotacji	308
14.3. Operacja wstawiania	310
14.4. Operacja usuwania	315
15. Wzbogacanie struktur danych	324
15.1. Dynamiczne statystyki pozycyjne	325
15.2. Jak wzbogacać strukturę danych	330
15.3. Drzewa przedziałowe	334

Część IV Zaawansowane metody konstruowania i analizowania algorytmów

16. Programowanie dynamiczne	346
16.1. Mnożenie ciągu macierzy	347
16.2. Podstawy metody programowania dynamicznego	354
16.3. Najdłuższy wspólny podciąg	360
16.4. Optymalna triangulacja wielokąta	366
17. Algorytmy zachłanne	375
17.1. Problem wyboru zajęć	376
17.2. Podstawy strategii zachłannej	380
17.3. Kody Huffmana	383

★ 17.4.	Teoretyczne podstawy strategii zachłannych	391
17.4.1.	Matroidy	391
17.4.2.	Algorytmy zachłanne na matroidzie ważonym	393
★ 17.5.	Problem szeregowania zadań	398
18.	Analiza kosztu zamortyzowanego	403
18.1.	Metoda kosztu sumarycznego	404
18.2.	Metoda księgowania	408
18.3.	Metoda potencjału	411
18.4.	Tablice dynamiczne	415
18.4.1.	Powiększanie tablicy	415
18.4.2.	Powiększanie i zmniejszanie tablicy	419

Część V Złożone struktury danych

19.	B-drzewa	433
19.1.	Definicja B-drzewa	437
19.2.	Podstawowe operacje na B-drzewach	440
19.3.	Usuwanie klucza z B-drzewa	447
20.	Kopce dwumianowe	454
20.1.	Drzewa i kopce dwumianowe	455
20.1.1.	Drzewa dwumianowe	456
20.1.2.	Kopce dwumianowe	459
20.2.	Operacje na kopcach dwumianowych	460
21.	Kopce Fibonacciego	475
21.1.	Struktura kopców Fibonacciego	476
21.2.	Operacje kopca łączalnego	479
21.3.	Zmniejszanie wartości klucza i usuwanie wężla	488
21.4.	Oszacowanie maksymalnego stopnia	492
22.	Struktury danych dla zbiorów rozłącznych	498
22.1.	Operacje na zbiorach rozłącznych	498
22.2.	Listowa reprezentacja zbiorów rozłącznych	501
22.3.	Lasy zbiorów rozłącznych	505
★ 22.4.	Analiza metody łączenia według rangi z kompresją ścieżki	509

Część VI Algorytmy grafowe

23.	Podstawowe algorytmy grafowe	526
23.1.	Reprezentacje grafów	526
23.2.	Przeszukiwanie wszcz	530
23.3.	Przeszukiwanie w głąb	539
23.4.	Sortowanie topologiczne	548

23.5.	Silnie spójne składowe	552
24.	Minimalne drzewa rozpinające	562
24.1.	Rozrastanie się minimalnego drzewa rozpinającego	563
24.2.	Algorytmy Kruskala i Prima	568
25.	Najkrótsze ścieżki z jednym źródłem	578
25.1.	Najkrótsze ścieżki i relaksacja	583
25.2.	Algorytm Dijkstry	593
25.3.	Algorytm Bellmana-Forda	598
25.4.	Najkrótsze ścieżki z jednym źródłem w acyklicznych grafach skierowanych	603
25.5.	Ograniczenia różnicowe i najkrótsze ścieżki	606
26.	Najkrótsze ścieżki między wszystkimi parami wierzchołków	618
26.1.	Najkrótsze ścieżki i mnożenie macierzy	621
26.2.	Algorytm Floyd-Warshalla	627
26.3.	Algorytm Johnsona dla grafów rzadkich	634
★ 26.4.	Ogólny schemat rozwiązywania problemów ścieżkowych w grafach skierowanych	639
27.	Maksymalny przepływ	649
27.1.	Sieci przepływowe	650
27.2.	Metoda Forda-Fulkersona	659
27.3.	Maksymalne skojarzenia w grafach dwudzielnych	673
★ 27.4.	Algorytmy przedprzepływowe	678
★ 27.5.	Algorytm „podnieś i przesun na początek”	691

Część VII Wybrane zagadnienia

28.	Sieci sortujące	713
28.1.	Sieci porównujące	714
28.2.	Zasada zero-jedynkowa	718
28.3.	Bitoniczna sieć sortująca	721
28.4.	Sieć scalająca	725
28.5.	Sieć sortująca	727
29.	Układy arytmetyczne	733
29.1.	Układy kombinacyjne	734
29.2.	Układy sumujące	739
29.2.1.	Sumator szeregowy	739
29.2.2.	Sumator równoległy	741
29.2.3.	Sumator z zapamiętywaniem przeniesień	747
29.3.	Układy mnożące	750
29.3.1.	Tablicowy układ mnożący	751
29.3.2.	Drzewa Wallace'a	755
29.4.	Układy z taktowaną pamięcią	758
29.4.1.	Bitowy sumator szeregowy	758
29.4.2.	Wektorowe układy mnożące	761

30. Algorytmy równoległe	769
30.1. Przeskakiwanie	774
30.1.1. Ustalanie porządku obiektów na liście	774
30.1.2. Równoległe obliczenia prefiksowe na liście	778
30.1.3. Metoda cyklu Eulera	780
30.2. Algorytmy typu CRCW a algorytmy typu EREW	784
30.3. Twierdzenie Brenta i sekwencyjna efektywność	792
★ 30.4. Sekwencyjnie efektywne równoległe obliczenia prefiksowe	797
30.5. Deterministyczne łamanie symetrii	804
31. Operacje na macierzach	815
31.1. Własności macierzy	826
31.2. Algorytm Strassena mnożenia macierzy	826
★ 31.3. Różne struktury algebraiczne i mnożenie macierzy boolowskich	834
31.4. Rozwiązywanie układów równań liniowych	839
31.5. Odwracanie macierzy	853
31.6. Symetryczne macierze dodatnio określone i metoda najmniejszych kwadratów	858
32. Wielomiany i FFT	870
32.1. Reprezentacja wielomianów	872
32.2. DFT i FFT	879
32.3. Efektywne implementacje FFT	887
33. Algorytmy teoriolicebowe	897
33.1. Podstawowe pojęcia teorii liczb	898
33.2. Największy wspólny dzielnik	905
33.3. Arytmetyka modularna	911
33.4. Rozwiązywanie liniowych równań modularnych	918
33.5. Chińskie twierdzenie o resztach	922
33.6. Potęgi elementu	926
33.7. System kryptograficzny z kluczem jawnym RSA	930
★ 33.8. Sprawdzanie, czy liczba jest liczbą pierwszą	937
★ 33.9. Rozkład na czynniki	946
34. Wyszukiwanie wzorca	956
34.1. Algorytm „naiwny” wyszukiwania wzorca	958
34.2. Algorytm Rabina-Karpa	960
34.3. Wyszukiwanie wzorca z wykorzystaniem automatów skończonych	965
34.4. Algorytm Knutha-Morrisa-Pratta	972
★ 34.5. Algorytm Boyera-Moore’a	980
35. Geometria obliczeniowa	990
35.1. Własności odcinków	991
35.2. Sprawdzanie, czy jakakolwiek para odcinków się przecina	996
35.3. Znajdowanie wypukłej otoczki	1003
35.4. Znajdowanie pary najmniej odległych punktów	1013

36. NP-zupełność	1022
36.1. Czas wielomianowy	1023
36.2. Weryfikacja w czasie wielomianowym	1031
36.3. NP-zupełność i redukowalność	1036
36.4. Dowodzenie NP-zupełności	1046
36.5. Problemy NP-zupełne	1054
36.5.1. Problem kliki	1054
36.5.2. Problem pokrycia wierzchołkowego	1057
36.5.3. Problem sumy podzbioru	1059
36.5.4. Problem cyklu Hamiltona	1062
36.5.5. Problem komiwojażera	1068
37. Algorytmy aproksymacyjne	1073
37.1. Problem pokrycia wierzchołkowego	1076
37.2. Problem komiwojażera	1078
37.2.1. Problem komiwojażera z nierównością trójkąta	1079
37.2.2. Ogólny problem komiwojażera	1082
37.3. Problem pokrycia zbioru	1084
37.4. Problem sumy podzbioru	1089
Literatura	1097
Skorowidz	1107