



KAPITAŁ LUDZKI
INICJATYWA OŚWIATOWA

WIOSNA WIEDZY
WIOSNA WSPÓLNOTY
WIOSNA SPOŁECZNOŚCI



**"INŻYNIER BUDOWNICTWA -
ZAWÓD Z PRZYSZŁOŚCIĄ"**

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

SPIS TREŚCI

Od autorów	9
1. Przegląd zagadnień dynamiki budowli	
1.1 Definicja i cel przedmiotu	11
1.2 Ruch drgający	11
1.3 Opis i klasyfikacja obciążeń zewnętrznych	12
1.4 Typy analiz dynamiki konstrukcji	16
1.5 Zasadnicze cechy zagadnień dynamicznych	17
1.6 Modelowanie rzeczywistych konstrukcji	17
1.6.1 Model fizyczny	19
1.6.2 Model obliczeniowy	19
1.6.3 Model matematyczny i jego rozwiązanie	22
1.6.4 Weryfikacja modeli	22
1.7 Dynamiczne badania konstrukcji	23
1.8 Metody dyskretyzacji	23
1.9 Więzy sprężyste odształcalne	27
1.9.1 Uwagi wstępne	27
1.9.2 Sztywność i podatność więzi sprężystych	28
1.10 Charakterystyka ruchów drgających	32
1.10.1 Determistyczne ruchy drgające	32
1.10.2 Wektorowa interpretacja drgań harmonicznnych	34
1.10.3 Składanie drgań harmonicznnych	35
1.11 Sformułowanie równań ruchu	39
1.12 Siły w ruchu drgającym. Model tłumienia wiskotycznego	41
1.13 Sposoby zmniejszania drgań	44
1.13.1 Redukcja przyczyn drgań	44
1.13.2 Redukcja odpowiedzi układów dynamicznych	45
1.13.3 Wibroizolacja maszyn, urządzeń i budowli	46
2. Drgania konstrukcji o jednym stopniu swobody	
2.1 Modele obliczeniowe	47
2.2 Sformułowanie równań ruchu	47
2.2.1 Równanie równowagi dynamicznej	48
2.2.2 Zasada prac wirtualnych	49
2.2.3 Równania Lagrange'a	49
2.2.4 Zasada Hamiltona	50

2.3	Wpływ siły ciężkości	51
2.4	Zagadnienie własne	52
2.5	Drgania swobodne	53
2.5.1	Tłumienie krytyczne	54
2.5.2	Tłumienie podkrytyczne	54
2.6	Drgania wymuszone siłą harmoniczną	57
2.6.1	Drgania nietłumione	57
2.6.2	Drgania przy liniowym tłumieniu wiskotycznym	59
2.6.3	Wymuszenie harmoniczne w postaci wykładniczej liczby zespolonej	62
2.7	Funkcja dynamiczności obciążenia i współczynnik dynamiczny	64
2.8	Odpowiedź rezonansowa	64
2.9	Wymuszenie bezwładnościowe	66
2.10	Sily wewnętrzne w więziach konstrukcji	67
2.11	Drgania wymuszone dowolną funkcją czasu	70
2.12	Szczególnie przypadki sił wymuszających, analityczne i numeryczne obliczanie całki Duhamela	74
2.12.1	Siła wymuszająca o stałej wartości	74
2.12.2	Impuls prostokątny	75
2.12.3	Impuls w kształcie jednej półfali sinusa	76
2.12.4	Siła wzrastająca liniowo od zera do stałej wartości	78
2.12.5	Uwagi dotyczące obliczeń numerycznych całki Duhamela	81
2.13	Wymuszenie kinematyczne	82
2.14	Działanie wymuszeń okresowych	83
2.14.1	Rozkład funkcji okresowych w szereg Fouriera	83
2.14.2	Odpowiedź na działanie siły wymuszającej rozłożonej w szereg Fouriera	84
2.14.3	Szereg Fouriera w postaci zespolonej	88
2.15	Działanie wymuszeń nieokresowych – całka Fouriera	89
2.16	Relacja pomiędzy impulsową funkcją przejścia i funkcją przenoszenia	91
2.17	Numeryczne określenie odpowiedzi układów liniowych i nieliniowych	92
2.17.1	Wprowadzenie	92
2.17.2	Dyskretyzacja siły wymuszającej i dyskretna odpowiedź układu	93
2.17.3	Rozwiązanie numeryczne oparte na interpolacji funkcji wymuszającej	94
2.17.4	Metoda różnic skończonych	97
2.17.5	Metody numeryczne oparte na aproksymacji pochodnych, metody całkowania numerycznego krok po kroku	99
2.17.6	Uwagi o stabilności i błędach obliczeń	103
2.17.7	Analiza układów nieliniowych	105

3. Drgania konstrukcji o skończonej liczbie stopni swobody – układy dyskretne

3.1	Uwagi wstępne	115
3.2	Równania ruchu	115
3.3	Zagadnienia własne – drgania własne nietłumione	123
3.3.1	Wprowadzenie	123
3.3.2	Analiza częstości własnych i wektorów własnych	123
3.3.3	Ortogonalność wektorów własnych	126
3.3.4	Macierz własna i macierz widmowa	126
3.3.5	Normalizacja wektorów własnych	127
3.3.6	Uwagi o metodach rozwiązania zagadnienia własnego	127
3.4	Określenie reakcji dynamicznej układów dyskretnych	132
3.4.1	Drgania wymuszone harmonicznie - metoda bezpośrednia	132
3.4.2	Metoda transformacji własnej	133
3.5	Macierz funkcji przenoszenia i macierz impulsowych funkcji przejścia	137
3.5.1	Definicje macierzy funkcji przenoszenia i macierzy impulsowych funkcji przejścia	137

3.5.2	Sposoby określenia macierzy funkcji przeniesienia i macierzy funkcji przejścia	138
3.6	Numeryczne określenie odpowiedzi konstrukcji dla układów liniowych	141
3.6.1	Wprowadzenie	141
3.6.2	Dyskretne metody rozwiązywania równań różniczkowych ruchu	142
3.6.3	Analiza układów liniowych	143
4.	Drgania prętowych układów ciągłych	
4.1	Uwagi wstępne	147
4.2	Równanie ruchu drgań poprzecznych nietłumionych pręta – działanie sił wymuszających	147
4.3	Równanie ruchu drgań poprzecznych nietłumionych pręta – działanie wymuszenia kinematycznego	149
4.4	Zagadnienie własne	150
4.4.1	Belka swobodnie podparta	152
4.4.2	Belka obustronnie utwierdzona	153
4.4.3	Belka wspornikowa	155
4.5	Wpływ sił tnących i sił bezwładności obrotu elementów na drgania poprzeczne pręta	156
4.6	Warunki ortogonalności	161
4.7	Analiza modalna odpowiedzi – działanie sił wymuszających	162
4.8	Analiza modalna odpowiedzi – działanie wymuszenia kinematycznego	166
4.9	Trudności analizy konstrukcji spotykanych w praktyce inżynierskiej	168
5.	Analiza dynamiczna konstrukcji metodą elementów skończonych	
5.1	Uwagi wstępne	171
5.2	Równanie ruchu	171
5.3	Dyskretyzacja i aproksymacja metody elementów skończonych	172
5.4	Sformułowanie równań ruchu metodą elementów skończonych	174
5.5	Dynamiczna analiza belek	175
5.5.1	Element belkowy i jego funkcje kształtu	175
5.5.2	Macierz sztywności elementu belkowego	177
5.5.3	Macierz bezwładności elementu belkowego	178
5.5.4	Macierz tłumienia elementu belkowego	182
5.5.5	Wektor równoważnych obciążeń węzłowych elementu	182
5.5.6	Macierz sztywności systemu, macierz bezwładności systemu i wektor obciążeń systemu	185
5.5.7	Geometryczna macierz sztywności elementu belkowego i geometryczna macierz sztywności systemu	186
5.5.8	Redukcja liczby stopni swobody	188
5.6	Dynamiczna analiza ram płaskich	195
5.6.1	Uwagi wstępne	195
5.6.2	Element ramy płaskiej i jego macierz sztywności	195
5.6.3	Macierz bezwładności elementu ramy płaskiej	196
5.6.4	Transformacja współrzędnych	200
5.7	Uwagi o dynamicznej analizie złożonych konstrukcji metodą elementów skończonych	201
5.7.1	Ogólna charakterystyka metod obliczeniowych ciał stałych	201
5.7.2	Informacja o systemach obliczeniowych metody elementów skończonych	203
6.	Drgania losowe	
6.1	Uwagi wstępne	219
6.2	Odpowiedź układów o jednym stopniu swobody przy zastosowaniu funkcji korelacji	219

6.3	Metoda widmowa dla układów o jednym stopniu swobody, poddanych wymuszeniu stacjonarnemu	221
6.4	Metoda widmowa dla układów o skończonej liczbie stopni swobody, poddanych wymuszeniu stacjonarnemu	223
6.4.1	Metoda bezpośrednia	224
6.4.2	Metoda superpozycji postaci drgań	225
6.5	Drgania układów dyskretnych przy wymuszeniu niestacjonarnym	230
6.5.1	Metoda bezpośrednia	230
6.5.2	Metoda superpozycji postaci drgań	233
6.6	Problemy niezawodności, przewyższeń i wartości szczytowych	234
6.6.1	Sformułowanie problemu	234
6.6.2	Wzór Rice'a	236
6.6.3	Zagadnienia stacjonarne	237
6.6.4	Zagadnienie niestacjonarne	242
6.6.5	Uwagi końcowe	246
7. Drgania budowli przy wymuszeniu sejsmicznym		
7.1	Wprowadzenie do problematyki obciążeń sejsmicznych budowli	247
7.2	Równania ruchu układów dyskretnych poddanych wymuszeniu kinematycznemu	252
7.3	Metoda spektrum odpowiedzi dla układów o jednym stopniu swobody	257
7.4	Metoda spektrum odpowiedzi dla układów dyskretnych	263
7.5	Stochastyczne modele ruchu podłoża budowli	265
7.6	Problemy obliczeń sejsmicznych budowli — normatywy sejsmiczne	268
7.6.1	Siły sejsmiczne	268
7.6.2	Spektra odpowiedzi Eurokodu 8	270
Dodatek. Elementy korelacyjnej i widmowej teorii procesów stochastycznych		
1.	Definicja procesu stochastycznego	275
2.	Funkcje korelacyjne i inne momenty procesów stochastycznych	276
3.	Procesy stochastyczne stacjonarne i niestacjonarne	279
4.	Procesy stochastyczne wektorowe	281
5.	Procesy gaussowskie i Poissona	282
6.	Analiza widmowa procesów stacjonarnych	284
7.	Zależności dotyczące funkcji korelacji i gęstości widmowych procesu stacjonarnego i jego pochodnych	288
8.	Rozkłady widmowe procesów niestacjonarnych	290
Wykaz piśmiennictwa		293